

2023 年普通高招全国统一考试临考预测押题密卷

数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.
4. 高考试卷无此项:正版密卷用户使用考试在线 APP 扫描试题旁边子母题二维码,获取更多最新押题.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $M = \{x | x^2 + 5x - 6 < 0\}$, $N = \{x | 2x < 1\}$, 则 $M \cap N =$
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(-6, \frac{1}{2})$ D. $\emptyset$
2. 若复数 $\frac{a+bi}{1+2i}$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 为纯虚数, 则 $\frac{a}{b} =$
 A. $-\frac{5}{2}$ B. -2 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$
3. 已知直线 $a \perp$ 平面 α , 则“直线 $a \parallel$ 平面 β ”是“平面 $\alpha \perp$ 平面 β ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 为了全面推进乡村振兴,加快农村、农业现代化建设,某市准备派 6 位乡村振兴指导员到 A, B, C 3 地指导工作,每地上午和下午各安排一位乡村振兴指导员,且每位乡村振兴指导员只能被安排一次,其中张指导员不安排到 C 地,李指导员不安排在下午,则不同的安排方案共有
 A. 180 种 B. 240 种 C. 480 种 D. 540 种
5. 已知圆 $M: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$, $A(t, 0)$, 若 M 上存在两点 B, C , 使得 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 则 t 的取值范围是
 A. $[-1, 3]$ B. $[-1, 5]$ C. $[1, 3]$ D. $[0, 4]$
6. 已知 $a = (\frac{1}{2})^a$, $(\frac{1}{2})^b = \log_a b$, $a^c = \log_{\frac{1}{2}} c$, 则
 A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$



APP 扫码
创新子母题

7. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, $AC = 2$, $\angle B = 30^\circ$, D 是 AB 的中点,沿着 CD 将 $\triangle ACD$ 折起,使得点 A 折叠到点 A_1 的位置,则当三棱锥 $A_1 - BCD$ 的体积最大时,其外接球的表面积为

- A. $\frac{13\pi}{3}$ B. 12π C. 16π D. $\frac{52\pi}{3}$

8. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, $f(x+1)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, $f(x) = g(2-x)$,

$$g(2) = 1, \text{ 则 } \sum_{k=1}^{2023} f(k) =$$

- A. -2023 B. -1 C. 1 D. 2023

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 为了满足广大人民群众日益增长的健身需求,营造全民健身的浓厚氛围,某市不断加大经费投入,推进各类公共体育设施的建设,已知2022年该市共新建体育设施项目60个,其中新建农村体育设施项目数是新建城镇体育设施项目数的3倍.现采用分层随机抽样的方法从中抽取12个项目,经统计得到,平均每个农村体育设施项目投资20万元,平均每个城镇体育设施项目投资40万元,则

- A. 样本中新建城镇体育设施项目有4个
B. 样本中该市新建农村体育设施项目总投资180万元
C. 估计该市新建城镇体育设施项目总投资600万元
D. 估计该市平均每个新建体育设施项目投资30万元

10. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ,经过点 F 的直线 $mx - y - m = 0 (m \neq 0)$ 与 y 轴交于点 D ,与 C 交于 A, B 两点, E 为 AB 的中点, O 为坐标原点,则

- A. $|AB|$ 的最小值为4 B. $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -3$
C. $\angle OFE$ 是锐角 D. $\triangle ODE$ 面积的最小值为 $\sqrt{2}$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$,直线 $l: y = kx + b$ 与曲线 $y = f(x)$ 相切,则

- A. 当 $k = 0$ 时, $b = e^{-2}$ B. 当 $b = 0$ 时, $k = 2e^{-3}$
C. b 的最大值为 $2e^{-\frac{5}{2}}$ D. k 的最小值为 $-\frac{1}{2}e^{-5}$

12. 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 1$, $AB = \lambda$, P 为正方形 $ABCD$ 内部一点(包括边界),则

- A. 当点 P 到直线 A_1B_1 与 B_1C_1 的距离相等时, $PC_1 \parallel$ 平面 AB_1D_1
B. 存在点 P 满足直线 PA_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角为 30° 时, $\lambda \geq \frac{\sqrt{6}}{2}$
C. 存在点 P 满足 $PA_1 \perp PC_1$ 时, $\lambda \geq 2$
D. 存在点 P 满足直线 PD_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角为 60° ,且 $PB_1 \perp PD_1$ 时, $\frac{2\sqrt{6}}{3} \leq \lambda \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 a, b 满足 $a = (-2, 4), a \cdot b = -5$, 则 b 在 a 上的投影向量 $c =$ _____.

14. 随着新冠疫情防控政策的调整,国内多地取消了全员核酸检测,多家公司开始增加新型冠状病毒抗原检测试剂盒的产量. 已知某公司生产的新型冠状病毒抗原检测试剂盒的灵敏度 $(\frac{\text{真阳性人数}}{\text{感染者人数}})$ 为 $\frac{4}{5}$, 特异性 $(\frac{\text{真阴性人数}}{\text{未感染者人数}})$ 为 $\frac{19}{20}$, 某地区的新冠感染率为 $\frac{1}{10}$, 从该地区随机抽取一人使用上述公司的抗原检测试剂盒进行检测, 则其检测结果为阳性的概率为 _____.

15. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 直线 FD 与 E 的右支交于点



APP 扫码
创新子母题

D , 若点 B, C 是线段 FD 的两个三等分点且 $|OB| = |OC| = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ (O 为坐标原点),

则 E 的离心率为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) (0 < \omega \leq 2)$ 的最小正周期为 T , 且在区间 $[\frac{T}{2} - \frac{\pi}{4}, \frac{T}{2} + \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M + m$ 的取值范围为 _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = \sqrt{3}$, 且 $a \sin B + 3 \cos A = \sqrt{3}c$.



APP 扫码
创新子母题

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 $3 + \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $2S_n = 3a_n + n^2 - 4n$, $b_n = a_n - n + 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

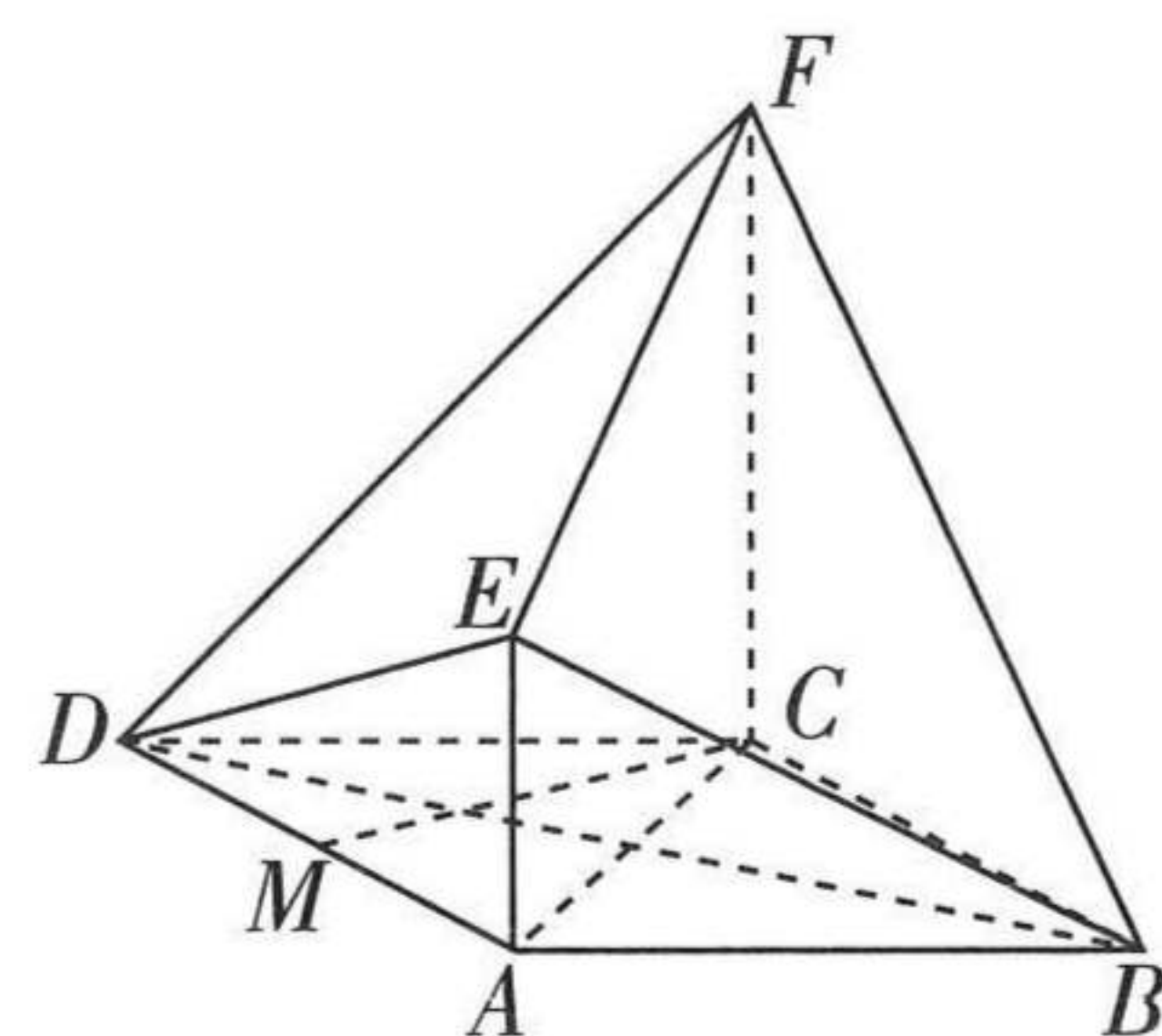
(2) 若 $S_n \leq \lambda b_n$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

19. (12 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = AC = 2, AB \perp AC, AE \perp$ 平面 $ABCD, AE \parallel CF, CF = 2AE$, M 是 AD 的中点.

(1) 证明: $CM \parallel$ 平面 EFB ;

(2) 若 $CF = 2$, 求二面角 $E - BF - D$ 的余弦值.



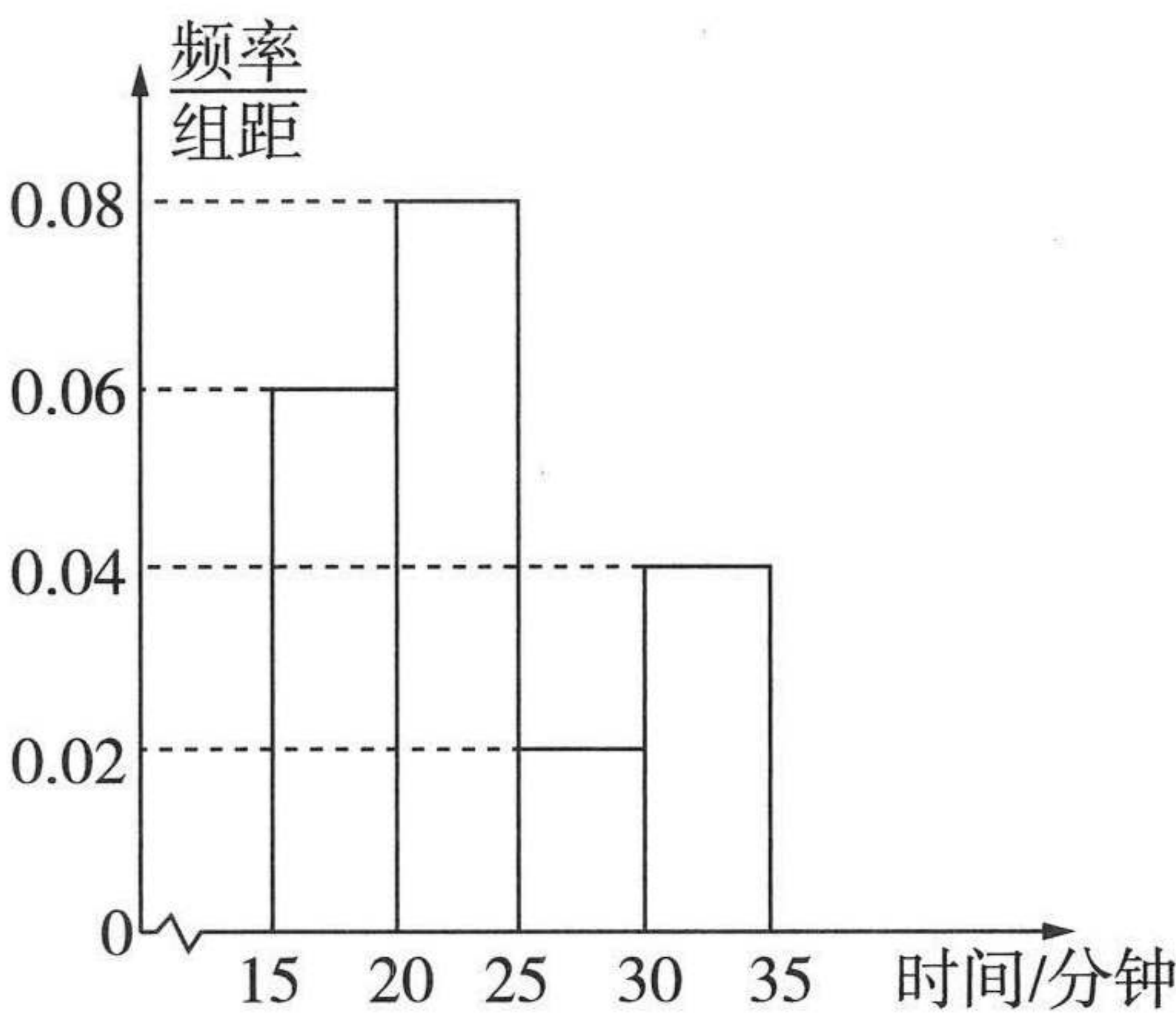
20. (12 分)

“绿水青山就是金山银山”，随着环保意识的不断增强，越来越多的人选择绿色低碳出行. 某市提供共享自行车和共享电单车供居民选择，它们的计费标准如下：

共享自行车：起步价 1 元(不超过 20 分钟)，超出起步价后每 10 分钟加收 1 元(不足 10 分钟部分按 10 分钟计算).

共享电单车：起步价 3 元(不超过 20 分钟)，超出起步价后每 10 分钟加收 2 元(不足 10 分钟部分按 10 分钟计算).

已知甲在该市生活，每天上下班都是骑共享自行车或共享电单车(每次仅使用一种骑行方式)，骑共享自行车时需要 30 分钟左右(大于 25 分钟不超过 35 分钟)；骑共享电单车时需要 20 分钟左右(不小于 15 分钟不超过 25 分钟). 下图是甲上下班时最近 100 次骑行时间(单位：分钟)的频率分布直方图(按 $[15,20]$ ， $(20,25]$ ， $(25,30]$ ， $(30,35]$ 进行分组).



- (1) 当甲上下班骑共享电单车时，估计其单次骑行花费高于起步价的概率；
- (2) 记甲每天早上上班和晚上下班骑行的总费用为 X 元，用样本估计总体的思想，求 X 的分布列和期望.

21. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的四个顶点构成的四边形的周长为 $8\sqrt{3}$ ，且过点 $(2, \sqrt{2})$.

- (1) 求 E 的方程；
- (2) 若 A, B 是 E 上两点，且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -1$ (O 为坐标原点)，动点 P 满足 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$ ，求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

22. (12 分) 23年高考押题卷，一手更新微信aa1ss33555

已知函数 $f(x) = x - 1 - ae^{-x}$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 若 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，证明： $x_1 + 2x_2 < 1 + \frac{a}{e}$.



APP 扫码
创新子母题

2023 年普通高招全国统一考试临考预测押题密卷

数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.
4. 高考试卷无此项:正版密卷用户使用考试在线 APP 扫描试题旁边子母题二维码,获取更多最新押题.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $z(1+i) = -5+10i$, 则 $\bar{z} =$

- A. $\frac{15}{2} - \frac{5}{2}i$ B. $\frac{15}{2} + \frac{5}{2}i$ C. $\frac{5}{2} - \frac{15}{2}i$ D. $\frac{5}{2} + \frac{15}{2}i$

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 2^x \geq 1\}$, $B = \{x | |x| < 2\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$

- A. $\{x | x \geq -2\}$ B. $\{x | x \leq -2\}$ C. $\{x | x \leq 2\}$ D. $\{x | x \geq 2\}$

3. 在梯形 $ABCD$ 中, AC, BD 交于点 O , $3\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AD}$, 则 $\overrightarrow{DC} =$

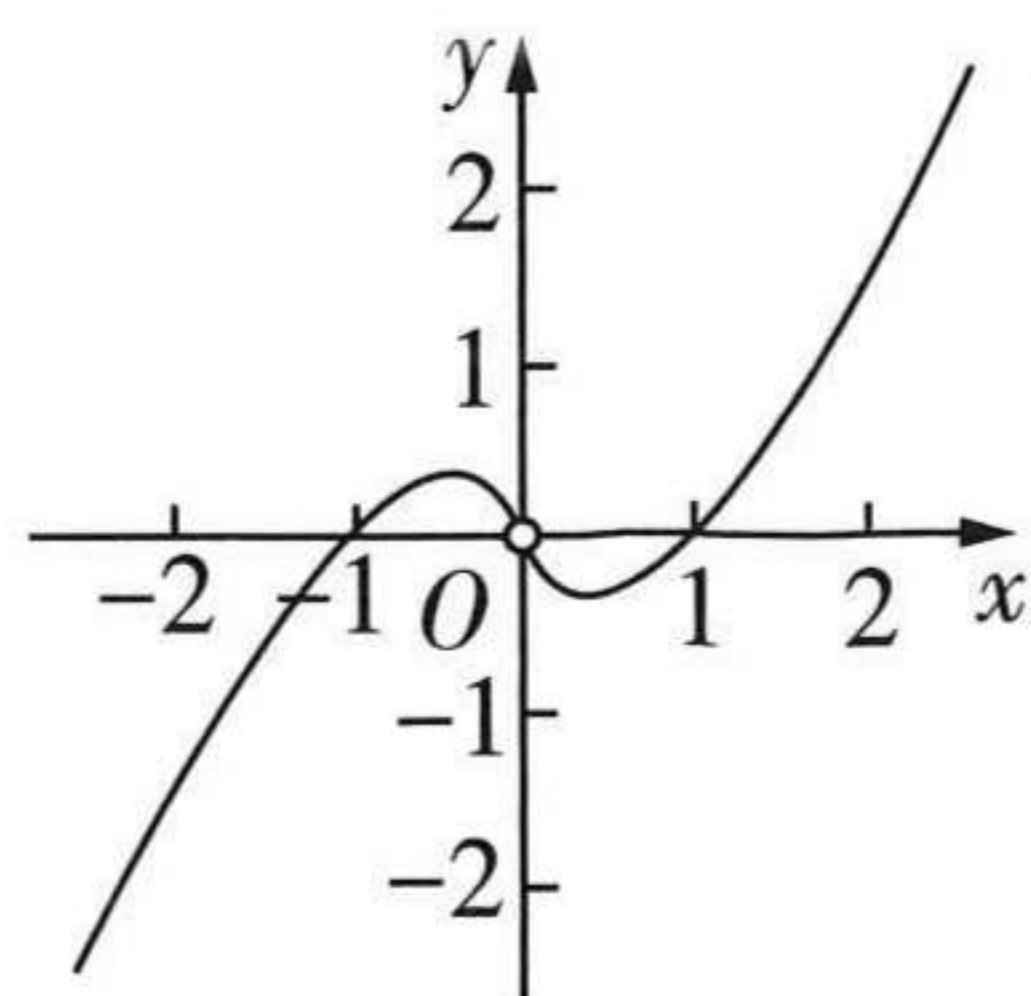
- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ B. $\frac{3}{4}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ C. $\overrightarrow{OB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{OC}$

4. 已知 $(2-x)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_5(x+1)^5$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$

- A. -512 B. -496 C. 496 D. 512

5. 曲线是造型中的精灵,以曲线为元素的 LOGO 给人简约而不简单的审美感受,某数学兴趣小组设计了如图所示的双 J 型曲线 LOGO, 以下 4 个函数中最能拟合该曲线的是

- A. $y = x \ln |x|$ B. $y = x^2 \ln |x|$
C. $y = (x + \frac{1}{x}) \ln |x|$ D. $y = (x - \frac{1}{x}) \ln |x|$



6. 在 2022 年卡塔尔世界杯决赛中,阿根廷队通过点球大战击败法国队,最终获得世界杯冠军.某游戏公司据此推出了一款“AR 点球大战”的游戏,规则如下:游戏分为进攻方和防守方,进攻方最多连续点球 5 次,若进球则进攻方得 1 分,若没进则防守方得 1 分,先得 3 分者获胜,本次游戏结束.已知某用户作为进攻方时,若某次点



APP 扫码
创新子母题

球进球,则下次进球的概率为 $\frac{1}{2}$;若没有进球,则下次进球的概率为 $\frac{2}{3}$.在某次游戏中,该用户第1次点球没进,则该用户获胜的概率为

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线 l 与 x 轴的交点为 K , 点 P 在 C 上且位于第一象限, $PQ \perp l$ 于点 Q , 过点 P 作 QF 的平行线交 x 轴于点 R , 若 $PF \perp QR$, 且四边形 $PQKR$ 的面积为 $60\sqrt{3}$, 则直线 QR 的方程为

- A. $\sqrt{3}x + y - 3\sqrt{6} = 0$ B. $\sqrt{3}x + y - 5\sqrt{6} = 0$ C. $x + \sqrt{3}y - 3\sqrt{6} = 0$ D. $x + \sqrt{3}y - 5\sqrt{6} = 0$

8. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 36, 底面 $ABCD$ 的面积为 18, 点 E, F 分别为 PA, PC 的中点, 点 G 为 PB 的靠近点 B 的三等分点, 过点 E, F, G 的平面将该四棱锥分成上、下两部分, 截面形状为四边形, 则该四边形的面积为

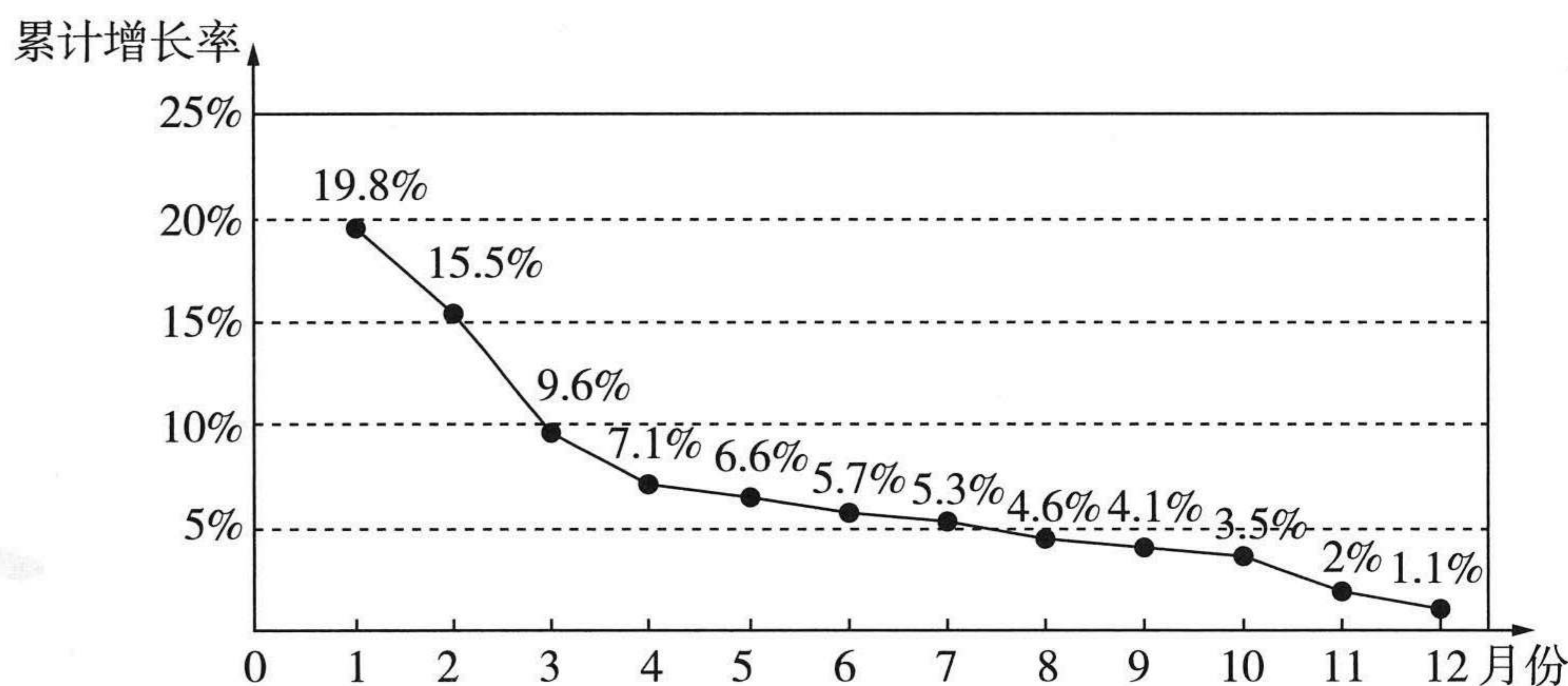
- A. $\frac{24\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ D. $3\sqrt{5}$



APP 扫码
创新子母题

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 2022 年我国对外经济进口总值累计增长率统计数据如图所示, 则



- A. 2022 年我国对外经济进口总值逐月下降
B. 2022 年我国对外经济进口总值累计增长率在前 6 个月的方差大于后 6 个月的方差
C. 2022 年我国对外经济进口总值累计增长率的中位数为 5.5%
D. 2022 年我国对外经济进口总值累计增长率的 80% 分位数为 7.1%
10. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $C: (x-m)^2 + (y-n)^2 = 4$ 交于 M, N 两点, 且 $|MN| = 2\sqrt{2}$, 则
A. O, M, C, N 四点共圆 B. 直线 ON 是圆 C 的切线
C. 直线 MN 的方程为 $mx + ny - 2 = 0$ D. $m + n$ 的最小值为 -4
11. 已知 $b > 0$, 函数 $f(x) = ax^3 - 3b, g(x) = -3x^2 + abx$, 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) - g(x) \leq 0$ 恒成立, 则
A. 若 $m > n$, 则 $am < an$ B. $2\log_3 |a| + \log_3 b = 1$
C. $4a^2 + b \geq 12$ D. $\frac{6}{\sqrt{b} - a} \geq \sqrt{3}$

12. 已知正项数列 $\{\frac{1}{a_n}\}, \{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且满足 $S_n = \frac{1}{a_n - a_{n+1}} - 1, T_n = \frac{1}{b_{n+1} - b_n} - 1$, 则
- A. $\{a_n\}$ 是等比数列 B. $\{b_n\}$ 是等比数列
- C. 当 $a_1 = b_1$ 时, $S_n \geq T_n$ D. 当 $\frac{a_{2\ 023}}{a_{2\ 022}} = \frac{b_{2\ 022}}{b_{2\ 023}}$ 时, $a_1 = b_1 + 4\ 043$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知圆柱 O_1O_2 的底面周长为 12π , 侧面积为 96π , 则以 O_1 为顶点, 以圆柱另一底面为底面的圆锥的体积为_____.

14. 记函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 T , 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{T}{4}$ 个单位长度后得到的图象关于直线 $x = \pi$ 对称, 则 ω 的值可以为_____. (写出一个满足题意的值即可)

15. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点, A 为 C 的右顶点, 直线 $y = kx$ ($k \neq 0$) 与 C 交于 M, N 两点, 点 P 为直线 F_2N 与 MA 的交点, 且 $\overrightarrow{F_2N} = 2\overrightarrow{PF_2}$. 若 $|F_2N| + |F_2M| = 6$, 则 C 的离心率为_____.



APP 扫码
创新子母题

16. 若不等式 $ae^x - x^2 + x > 2\ln x - \ln a$ 恒成立, 则 a 的取值范围为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, |\sqrt{a_{n+1}} - \frac{1}{2}| = \sqrt{a_n} + \frac{1}{2}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n + n}{n \cdot 2^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D .

(1) 从下面三个条件中任选一个作为已知条件, 求 $\angle ABC$ 的大小.

① $2(b\cos C - a) = c$; ② $2a + c = \sqrt{3}b\sin A + b\cos A$; ③ $a + c\cos \angle ABC = b\cos C - c$.

(2) 若 $AD = 2CD$, 求 $\frac{BD}{AB + BC}$ 的取值范围.

19. (12 分)

某公司设计师设计了一款人体工学椅, 该人体工学椅在设计的时候遵循了人体工学原理, 其椅背为 S 型, 能更好贴合脊椎曲线, 并融合了旋转、后躺和升降等功能, 能满足在椅子上小憩的要求, 让使用者更舒适. 该人体工学椅上市后好评不断, 深受久坐人群的喜爱. 公司销售部给出了

该人体工学椅上市第 x 个月的月销售量 y (单位:百把),如下表所示:

时间 x	1	2	3	4	5	6	7
月销售量 y	21	25	28	34	36	39	41

- (1) 请用相关系数 r 说明 y 与 x 的线性相关关系的强弱; (若 $|r| \in [0.75, 1]$, 相关性较强; 若 $|r| \in [0.30, 0.75)$, 相关性一般; 若 $|r| \in [0, 0.30)$, 相关性较弱)
- (2) 若生产该人体工学椅的固定成本为 840 万元, 每生产一把所需要的变动成本为 500 元, 该人体工学椅的售价为 800 元/把, 求出 y 关于 x 的回归方程 (系数精确到 0.01), 并预测该产品上市第几个月开始盈利. (注: 利润 = 销售额 - 成本)

参考公式: ① 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$;

② 对于一组具有线性相关关系的数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的

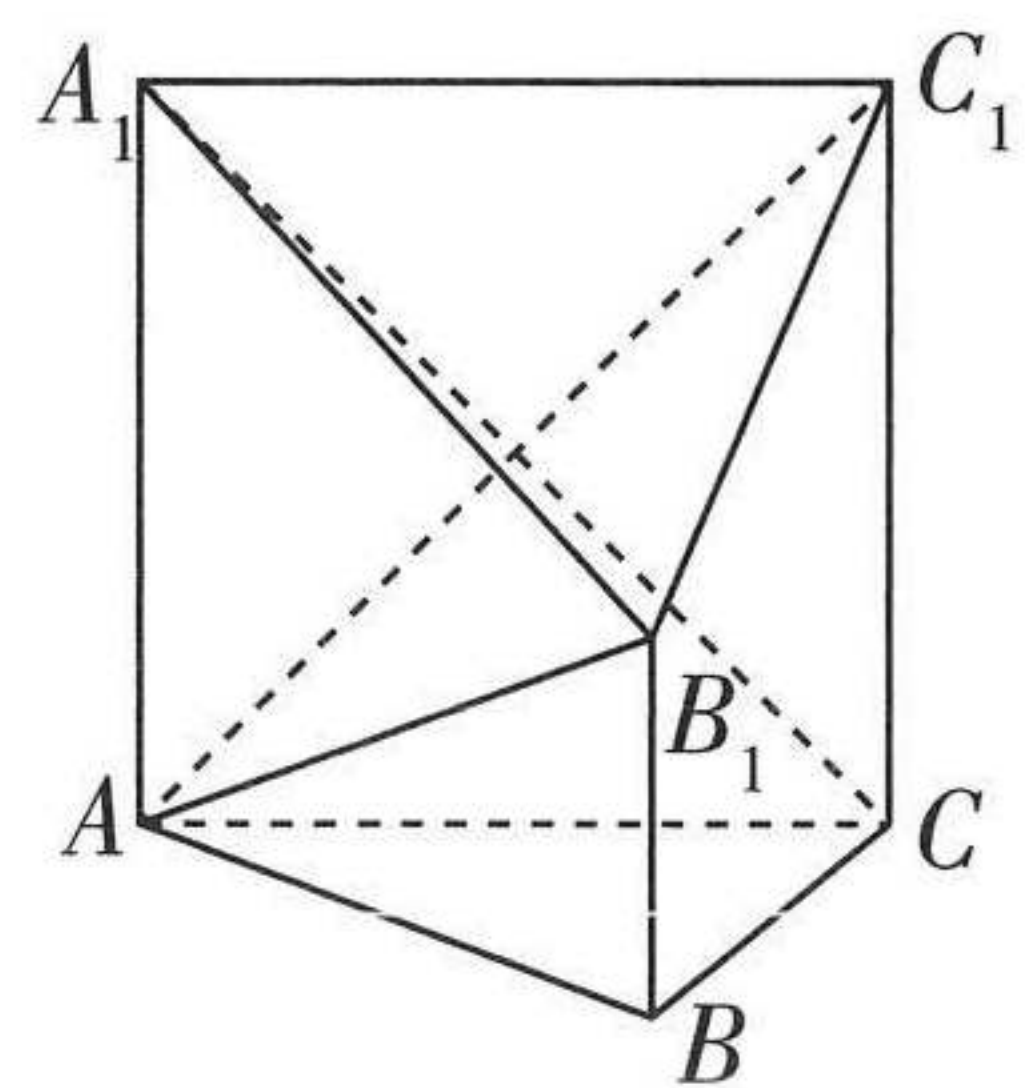
斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

20. (12 分)

将一个正三棱柱截去一个三棱锥得到如图所示的几何体, 其中 $AB = AA_1 = CC_1 = 2$.

(1) 若 $BB_1 = 1$, 证明: $AB_1 \perp A_1C$;

(2) 若平面 AB_1C_1 与平面 ABC 的夹角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$, 求直线 A_1B_1 与平面 AB_1C_1 所成角的正弦值.



APP 扫码
创新子母题

21. (12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 且经过点 $A(2, -1)$. 点 M, N 在 y 轴上, $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \mathbf{0}$ (O 为坐标原点), 直线 AM, AN 分别交 C 于 P, Q 两点.

(1) 求 C 的方程;

(2) 求点 O 到直线 PQ 距离的最大值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x \sin(1 - x)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 记 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 当 $x \in (\frac{1}{2}, 2)$ 时, 证明: $2f(x) - f'(x) < \frac{e^{3-x}}{2}$.