机密 ★ 启用前　　　　　　**姓名________准考证号___________**

2023 年普通高等学校招生全国统一考试

数学(理)风向卷（二）

注意事项：

1． 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2． 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本卷上无效。

3． 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．已知全集 U，集合 A，$B(A\neq B)$为其子集，若 $B\cap(\complement_U A)=\emptyset$，则 $A\cup B=$(　　)

A．$\complement_U A$　　B．$\complement_U B$　　C．A　　D．B

2．复数 $z=\frac{1-i}{i}+2i$(i 为虚数单位)在复平面内对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

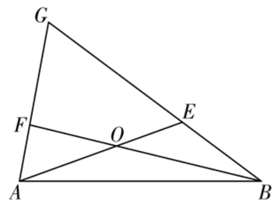
3．设公差不为零的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_4=2a_5$，则$\frac{S_7}{S_4}=$(　　)

A．$\frac{7}{4}$　　B．-1　　C．1　　D．$\frac{5}{4}$

4．若实数 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x+y-4\leq 0,\\2x-y+1\geq 0,\\x-2y+2\leq 0,\end{cases}$则目标函数 $z=3x-y$ 的最大值为(　　)

A．2　　B．$\frac{12}{5}$　　C．$\frac{22}{5}$　　D．5

5．在△ABG 中，已知$\overrightarrow{BE}=\frac{3}{8}\overrightarrow{BG}$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AG}$，$AE$ 与 BF 交于点 O，则$\overrightarrow{AO}=$(　　)



A．$\frac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BG}$　　B．$\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{10}\overrightarrow{BG}$

C．$\frac{4}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{14}\overrightarrow{BG}$　　D．$\frac{3}{14}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{7}\overrightarrow{BG}$

6．记一年为 365 天，我们可以把$(1+1\%)^{365}$看作每天的“进步”率都是 1%，一年后的值是 1.01^{365}，而把$(1-1\%)^{365}$看作每天的“退步”率都是 1%，一年后的值是 0.99^{365}.照此计算，若要使“进步”后的值是“退步”后的值的 10 倍，则大约需经过(参考数据：lg 1.01≈0.004 32，lg 0.99≈－0.004 36)(　　)

A．100 天　　B．108 天　　C．115 天　　D．124 天

所以若要使“进步”后的值是“退步”后的值的 10 倍，则大约需经过 115 天．故选 C.

7．若圆 $x^2+y^2=4$ 的一条切线与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，则$|AB|$的最小值为(　　)

A．4　　B．$4\sqrt{2}$　　C．6　　D．8

8．已知$(x^3+a)\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^6$的展开式中各项系数的和为 3，则该展开式中常数项为(　　)

A．80　　B．160　　C．240　　D．320

9．若函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为 π，且其图像向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后所得图像对应的函数 $g(x)$为奇函数，则 $f(x)$的图像(　　)

A．关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$对称　　B．关于点$\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$对称

C．关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$对称　　D．关于点$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$对称

10．已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$，记 $a=f\left(2^{\frac{1}{\pi}}\right)$，$b=f\left(\log_{\pi^2}\frac{1}{\pi}\right)$，$c=f(\pi)$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

11．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$的直线交双曲线右支于$A$，$B$两点．若$\overrightarrow{BF_1}\cdot\overrightarrow{BF_2}=0$，且$\cos\angle F_1AF_2=\frac{4}{5}$，则该双曲线的离心率为(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{2}$

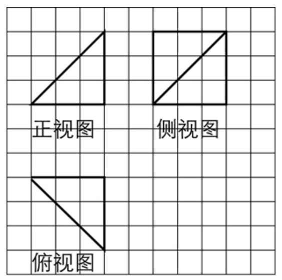
12．已知函数$f(x)=\begin{cases}xe^x+\frac{1}{e},x\le 0,\\ x^2-2x,x>0.\end{cases}$若函数$y=f(f(x)-a)$有四个零点，则实数$a$的取值范围为(　　)

A．$\left(0,\frac{1}{e}\right)$　　B．$\left(1,1+\frac{1}{e}\right)$　　C．$(2，e)$　　D．$(-1，\sqrt{e})$

二、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13．已知递增的等比数列$\{a_n\}$的每一项都是正数，其前n项和为S_n.若$a_2+a_4=30$，$a_1a_5=81$，则$S_6=$________.

14．某几何体的三视图如图所示，若网格纸上的小正方形的边长为1，那么该几何体的表面积为________.



15．已知命题p：$f(x)=\lg(ax^2-4x+a)$的定义域为$\mathbf{R}$；命题q：不等式$2x^2+x\ge 2+ax$在$x\in(-\infty，-1)$上恒成立．若“$p\vee q$”为真命题，“$p\wedge q$”为假命题，则实数a的取值范围为________.

16．已知抛物线$x^2=2py(p>0)$的焦点为F，A，B为抛物线上的两个动点，且满足$\angle AFB=60°$，过弦AB的中点C作该抛物线准线的垂线，垂足为D，则$\frac{|AB|}{|CD|}$的最小值为________.

三、解答题(共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22，23题为选考题，考生根据要求作答)

17．(本小题满分12分)在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$C=2A$.

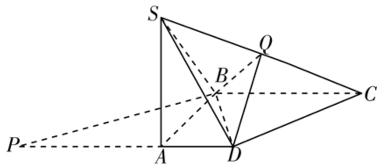
(1)求证：$c=2a\cos A$；

(2)若$A<B<C$，$b=10$，且$a+c=2b$，求△ABC的面积．

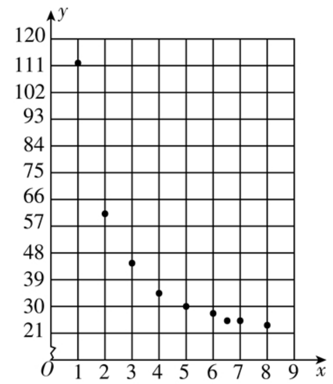
18.(本小题满分 12 分)如图，在四边形 $PDCB$ 中，$PD\parallel BC$，$BA\perp PD$，$PA=AB=BC=1$，$AD=\frac{1}{2}$.沿 BA 将$\triangle PAB$ 翻折到$\triangle SAB$ 的位置，使得 $SD=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(1)作出平面 SCD 与平面 SAB 的交线 l，并证明 $l\perp$平面 CSB；

(2)Q 是棱 SC 上异于 S，C 的一点，连接 QD，当二面角 $Q-BD-C$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$时，求此时三棱锥 $Q-BCD$ 的体积.



19.(本小题满分 12 分)某企业新研发了一种产品，产品的成本由原料成本及非原料成本组成．每件产品的非原料成本 y(元)与生产该产品的数量 x(千件)有关，经统计绘制了散点图，如图.



现用反比例函数模型 $y=a+\frac{b}{x}(a>0，b>0)$和指数函数模型 $y=ce^{dx}(c>0，d<0$，e 为自然对数的底数)分别对两个变量的关系进行拟合，已知用指数函数模型拟合的回归方程为$\hat{y}=96.54e^{-0.2x}$，$\ln y$ 与 x 的相关系数 $r_1=-0.94$.

(1)用反比例函数模型求 y 关于 x 的回归方程.

(2)用相关系数判断上述两个模型哪一个拟合效果更好(结果精确到 0.01)，并求产量为 10 千件时每件产品的非原料成本 y 的预测值.

(3)该企业采取订单生产模式(根据订单数量进行生产，即产品全部售出)，根据市场调研数据，若该产品单价定为 100 元，则签订 9 千件订单的概率为 0.8，签订 10 千件订单的概率为 0.2.若单价定为 90 元，则签订 10 千件订单的概率为 0.3，签订 11 千件订单的概率为 0.7.已知每件产品的原料成本为 10 元，根据(2)的结果，判断企业想获得更高的利润，产品单价应选择 100 元还是 90 元，请说明理由.

参考公式:对于一组数据$(u_1,v_1),(u_2,v_2),\cdots,(u_n,v_n)$,其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为$\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}$,$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$.相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sqrt{\left(\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2\right)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}v_i^2-n\bar{v}^2\right)}}$.

参考数据：

$\sum\limits_{i=1}^{8}u_iy_i$	$\bar{u}$	$\bar{y}$	$\bar{u}^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}u_i^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i$	$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i^2$	$\sqrt{0.61\times 6\ 185.5}$
183.4	0.34	45	0.115	1.53	360	223 85.5	61.4

其中 $u_i=\frac{1}{x_i}$.

20．(本小题满分 12 分)在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为 $F(\sqrt{3}$，0)，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)若点 $D(1，3)$为椭圆外一点，过点 D 作两条斜率之和为 1 的直线，分别交椭圆于 A，B 两点和 P，Q 两点，线段 AB，PQ 的中点分别为 M，N，试证：直线 MN 过定点.

21.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=e^x-mx^2(m\in\mathbf{R})$.

(1)若直线 $y=0$ 是曲线 $y=f(x)$的一条切线，求实数 m 的值；

(2)当 $x\geq 0$ 时，$f(x)\geq 2x-\sin x+1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分．请考生在第 22，23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．(本小题满分 10 分)选修 4－4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases} x=4t^2 \\ y=4t \end{cases}$($t$ 为参数)．以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-2=0$.

(1)求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的普通方程；

(2)若直线 l 与曲线 C 相交于 M，N 两点，求$\triangle OMN$ 的面积．

23．(本小题满分 10 分)选修 4－5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|$.

(1)求不等式 $f(x)<|3x-2|-5$ 的解集 A；

(2)在(1)的条件下，证明：对任意 a，$b\in A$，都有 $f(ab)>f(a)-f(-b)$成立．