绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试押题卷

数　学

（考试时间:120分钟;试卷满分:150分）

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

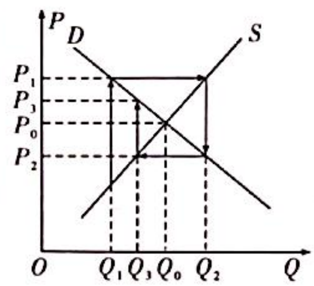
1. 已知集合 $A=\{x|x^2-7>0\}$,集合 $B=\{x||x-1|\leqslant 3\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

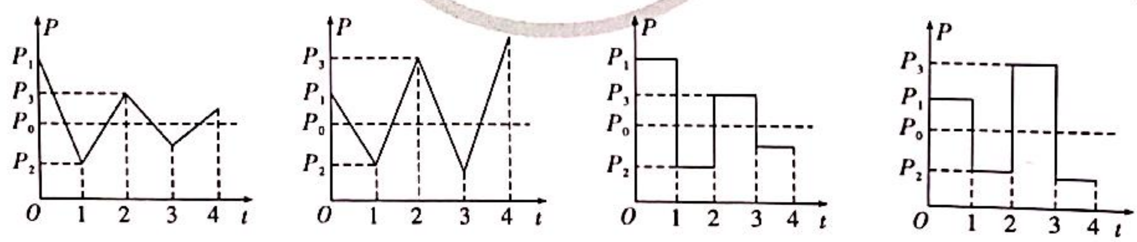
A. $\varnothing$　　B. $[-2,\sqrt{7})$　　C. $(\sqrt{7},4]$　　D. $(-\sqrt{7},4]$

2. 已知复数 $z_1=\dfrac{a+i}{1+i}$,$z_2=2-bi(a,b\in\mathbf{R})$. 若 $z_1=z_2$,则 $|a+bi|=$ (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{10}$

3. 市场经济条件下,草莓的市场价格 P 对产量 Q 的影响可用“蛛网模型”来描述. 如图所示,D,S 分别是草莓市场的需求曲线和供给曲线. 假设草莓的种植具有周期性,且每一期的市场价格保持恒定. 第一期的市场价格 P_1 由草莓供给量 Q_1 来决定,种植商按这个价格来决定他们在第二期的草莓种植产量 Q_2;供给量 Q_2 影响了第二期的市场价格 P_2,而 P_2 又决定了第三期的草莓种植产量 Q_3;同样供给量 Q_3 影响了第三期的市场价格 P_3,以此类推……直至趋于稳定的草莓种植产量 Q_0 和市场价格 P_0. 下列函数图象能大致反映草莓市场价格 P 随种植周期 t 变化趋势的是 (　　)





A　　B　　C　　D

4. 2021年诺贝尔物理学奖揭晓,获奖科学家真锅淑郎(Syukuro Manabe)、克劳斯·哈塞尔曼(Klaus Hasselmann)的杰出贡献之一是建立了地球气候物理模型,该模型能够可靠地预测全球变暖情况. 研究表明大气中二氧化碳的含量对地表温度有明显的影响:当大气中二氧化碳的含量每增

加25%，地球平均温度就要上升0.5 ℃. 若到2050年，预测大气中二氧化碳的含量是目前的4倍，则地球平均温度将上升约(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$)　　(　　)

A. 1 ℃　　B. 2 ℃　　C. 3 ℃　　D. 4 ℃

5. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过焦点 F_2 的直线交双曲线 C 的右支于 A,B 两点(点 A 在第一象限)，若满足 $5|AF_1|=3|AB|,4|AF_2|=|F_2B|$，则双曲线 C 的离心率为　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{55}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{33}}{3}$

6. 已知正四面体 $P\text{-}ABC$ 的外接球为球 O，点 E 是 AB 的中点，过点 E 作外接球 O 的截面. 当截面圆的周长最小时，其周长与球 O 的大圆的周长的比值为　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，其导数 $f'(x)$ 存在，且满足关系式 $f(-x)=e^{2x}f(x)$. 当 $x<0$ 时，$f'(x)+f(x)<0$，则下列不等式恒成立的是　　(　　)

A. $f(1)<ef(0)$　　B. $f(-1)<e^2f(1)$

C. $f(-2)>e^3f(1)$　　D. $f(-2)<e^2f(1)$

8. 第24届冬季奥林匹克运动会于2022年2月4日—20日在我国举行，国家发行了纪念币纪念这一世界性的体育历史盛事. 有一种5元的银质纪念币，其背面圆形图案大致可分成5个区域，如图所示. 现用红色、黄色、蓝色、绿色4种不同颜色给5个区域 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 着色，要求相邻区域不同色. 若在所有的着色方案中任抽一种，则抽到区域 A_1,A_4 同色的概率为　　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{3}{10}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 为了弘扬伟大的抗疫精神，某社区总结表彰抗疫先进个人. 该社区有 H_1,H_2,H_3 三个小区，志愿参加抗疫的人数分别为80，160和200. 据统计，三个小区的绩效考评中，抗疫人员的“网评”分数的标准差依次为2.5分、2分和1.4分. 现要表彰40名先进人员，名额按“绩效”分配到各个小区，名额数由“奈曼公式”计算得到. “奈曼公式”：$M_i=n\times\frac{N_iS_i}{\sum\limits_{i}^{3}N_iS_i}(i=1,2,3)$，其中 M_i 表示

$H_i(i=1,2,3)$小区被表彰的先进人员的人数，n表示要表彰的先进人员的总人数，$N_i,S_i(i=1,2,3)$分别表示H_i小区志愿参加抗疫的人数及抗疫人员的“网评”分数的标准差. 则下列说法正确的有 ( )

A. H_1小区被表彰10人

B. 小区参加抗疫的人数越多，被表彰的人数越多

C. 小区被表彰的人数与该小区参加抗疫的人数成比例

D. 小区被表彰的人数与该小区参加抗疫的人数与“网评”分数的标准差的积成正比

10. 已知函数$f(x)=\cos\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x(\omega>0)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$，将其图象向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，得到函数$g(x)$，则下列叙述正确的有 ( )

A. $g(x)$有一条对称轴$x=\frac{\pi}{12}$

B. $g(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上有两个零点

C. $g(x)$在$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right)$上单调递减

D. $g(x)>1$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$内无正整数解

11. 已知$P(x,y)$是圆$C:x^2+y^2=1$上一动点，直线$l:y=2x+4$与x轴交于点A，点$B(-1,2)$，则下列说法正确的有 ( )

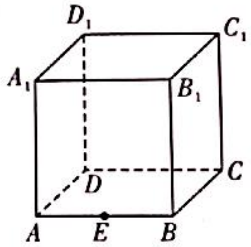
A. $\triangle PAB$面积的最大值小于3

B. 圆C上有且仅有一点P，使得$|PA|=\sqrt{2}|PB|$

C. 当$\angle PAB$最小时，$\tan\angle PAB>\frac{1}{2}$

D. 当$\angle PAB$最大时，$\frac{y}{x+2}$取得最小值$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 如图，已知在正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中，E为AB的中点，点F是侧面DD_1C_1C(含边界)上的一个动点，则下列叙述正确的有 ( )



A. 当F是DD_1的中点时，$A_1E\perp B_1F$

B. 存在点F，使得平面$B_1EF\perp$平面$ABCD$

C. 若动点F到直线A_1D_1的距离与到直线DC的距离相等，则其轨迹为一支双曲线

D. 在平面$A_1B_1C_1D_1$内，总有无数条直线平行于平面B_1EF

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,\cos x)$，$\boldsymbol{b}=\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)$，$x\in\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$，则$\left|\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\right|$的取值范围为________.

14. 写出一个同时满足下列性质①②③的函数$f(x)$的解析式：________.

①$f(mx)=mf(x)(m>0,m\in\mathbf{R})$；②$f(x)$为偶函数；③当$x\in(0,+\infty)$时，$f'(x)<0$.

15. 已知抛物线$C:x^2=2py(p>0)$，倾斜角为30°的直线l过焦点F，且与C在第一象限交于点M，过点M作抛物线C的准线l_1的垂线，垂足为E，直线EF交C于A,B两点，则$\frac{|AB|}{|EF|}=$________.

16.《概率论》起源于博弈，掷骰子是其中一种概率游戏. 希腊历史学家希罗多德记述：早在公元前1500 年，古埃及人为了忘却饥饿，经常聚集在一起玩掷骰子的游戏，后来人们将纯天然骨骼制成的骰子改进成了相对面数字之和为 7 的立方体骰子，并用之于博戏. 假定甲、乙两人掷两个骰子博戏，约定规则如下：第一次由甲开始掷，若掷出的骰子点数之和大于 7，则赢得筹码，并可继续掷，直至掷出的骰子点数之和不大于 7，就转给乙，乙同样操作，以此类推……这样一直进行下去. 记第 n 次由甲掷骰子的概率为 p_n，已知 $p_1=1$，则 $p_3=$ ________，$\sum_{i=1}^{n} p_i=$ ________.（本小题第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $S_n-a_n=n^2-1(n\in\mathbf{N}^*)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $b_n=a_n\cdot\cos\frac{n\pi}{2}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_4 和 T_{50} 的值.

18. (12 分)饱和潜水是一种在超过百米的大深度条件下开展海上长时间作业的潜水方式,是人类向海洋空间和生命极限挑战的前沿技术,我国海上大深度饱和潜水作业能力走在世界前列. 若有某项饱和潜水作业规定:一次作业只允许 1 人下潜,且作业时间不超过两小时,若两小时内不能完成任务,则需返回再派另一人下潜作业. 假定有甲、乙、丙、丁 4 名潜水员,他们各自完成任务的概率分别为 0.5,0.6,0.7 和 0.8,每人只下潜一次,且能否完成任务相互独立.

(1)若按甲、乙、丙、丁的先后顺序下潜作业,求任务能被完成的概率;

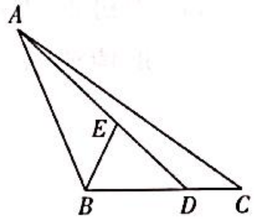
(2)若按丙、甲、乙、丁的先后顺序下潜作业,求需要下潜人数 X 的分布列与数学期望;

(3)判断以何种顺序下潜作业,可使需要下潜人数的数学期望达到最小(不需证明).

19. (12 分)如图,在$\triangle ABC$中,$\angle C=30^\circ$,D为BC边上一点,E为AD边上一点,且$AB=2\sqrt{7}$,$AE=4$,$\angle BED=60^\circ$.

(1)求$\triangle ABE$的面积;

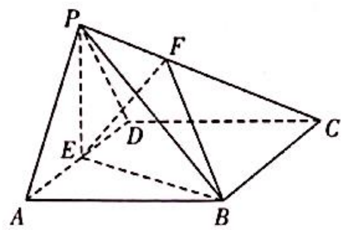
(2)若$BD=3$,求DC的长.



20. (12 分)如图,在四棱锥$P\text{-}ABCD$中,底面$ABCD$是边长为1的菱形,$\angle BCD=60^\circ$,E为AD的中点,$PE\perp$平面$ABCD$,F为PC上的一点,且$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.

(1)证明:$PA\parallel$平面BEF;

(2)若二面角$P\text{-}BE\text{-}F$的平面角为30°,求四棱锥$P\text{-}ABCD$的体积.



21. (12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的半焦距 $c=\frac{a^2}{3}$，离心率 $e<\frac{2}{3}$，且过点 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},1\right)$，$O$ 为坐标原点.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设过点 $Q(0,2)$ 的直线 l 与椭圆 C 分别交于不同的两点 A,B，若 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=\lambda|\overrightarrow{OQ}|^2$，求 λ 的取值范围.

22. (12 分)已知函数 $f(x)=ax+xe^{x-1}(a>0)$.

(1)当 $a=e-2$ 时,设点 P 为曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线 l 上一点,点 Q 是曲线 $y=\ln x$ 上一点,求 $|PQ|$ 的最小值;

(2)若对任意 $x\in(0,+\infty)$,恒有 $f(x)>e^{x-1}\ln(ax)+2e^{x-1}$ 成立,求实数 a 的取值范围.